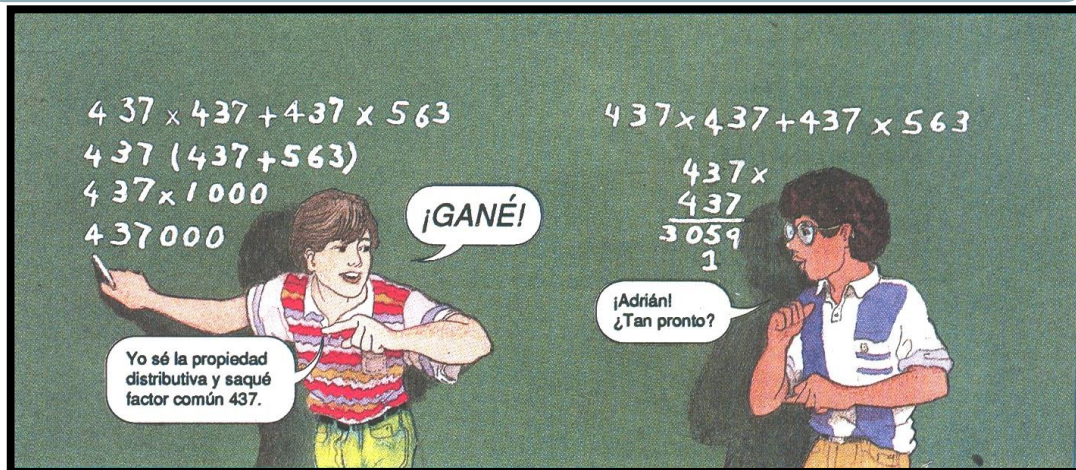


FACTORIZACIÓN I



Es el proceso que consiste en transportar un polinomio racional entero en una multiplicación de dos o mas polinomios de grados mayores o iguales a uno, llamado factores:

$$(x + 1)(x + 3) = x^2 + 4x + 3$$

↑ multiplicación ↓
↑ factorización ↓

Y si estos factores no se pueden descomponer en más factores se les denomina factores primos.

Ejemplo ①

Factorizando

$$P(x) = x^2 - 5x - 14$$

$$P(x) = (x - 7)(x + 2)$$

Tiene 2 factores primos son: $x - 7$; $x + 2$

Ejemplo ②

Factorizando

$$Q(x, y) = x^4 y^3 - x^2 y^5$$

$$Q(x, y) = x^2 y^3 (x^2 - y^2)$$

Factorizando

Completa el Cuadro

Son: x ; y ; $x + y$; $x - y$

POLINOMIO FACTORIZADO	# DE FACTORES PRIMOS
$P(x, y, z) = (x + y)(x - y)z^2 x^3$	
$P(x, y, z) = x^2 y^3 w^5$	
$P(x, y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2)x^4$	
$P(x) = (x - 2)(x + 3)(x - 4)x$	
$P(x, y) = x^3 y^4 (x - 2)(x - y)$	
$P(x, y, z) = (xyz)^2$	
$P(x) = x^3 (x^4 + 1)$	
$P(x, y, z) = (x + y)(x + y)(y + z)xyz$	
$P(x, y) = (x + a)(y + b)(x + b)(y + a)$	



MÉTODO DE FACTORIZACIÓN

A. FACTOR COMÚN MONOMIO

Factor común monomio es el monomio cuyo coeficiente es el máximo común divisor de los coeficientes del polinomio dado y cuya parte variable esta formada por las variables comunes con su menor exponente.

Ejemplo ①

- Factorizar:

$$25x^4 - 30x^3 + 5x^2$$

Se halla el máximo común divisor de los coeficientes M.C.D. $(25; 30; 5) = 5$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 30 & 5 \\ 5 & 1 \end{array}$$

Se sacan las variables comunes de todos los términos.

$$\begin{array}{c} x^4 \quad x^3 \quad x^2 \\ \quad \quad \quad \diagdown \quad \diagup \\ \quad \quad \quad x^2 \end{array}$$

Se escoge el que tiene menor exponente.

Se multiplica el M.C.D. por la variable común.

$$5x^2$$

La factorización queda así:



$$5x^2(5x^2 - 6x + 1)$$

Completa el Cuadro

POLINOMIO	FACTORIZACIÓN MONOMIO COMÚN
$P(x, y) = 15x + 25y$	
$P(x) = abx^2 - acx$	
$P(x) = 2x^2 - 4x + 6x^3$	
$P(x, y) = x^2y^3 - x^4y + x^3y^3$	
$P(x, y) = 5x^3y^4 - 15x^4y^5 + 2ax^5y^5$	
$P(x) = abx^2 - ax^3 + bx$	
$P(x, y) = x^4 - x^3 + x$	
$P(x) = 2x^n + x^{n+1} + x^{n+2}$	
$P(x) = 3x^n + 6x^{n-2} - 12x^{n-1}$	
$P(x, y) = 12nx^a y^b + 4nx^{a-1} y^{b-2} - 8nx^{a+1} y^{b+2}$	

B. FACTOR COMÚN POLINOMIO

Factor común polinomio es un polinomio que se repite como factor en cada uno de los términos de un polinomio.

Ejemplo ①

$$P(x) = 2x^2y(m+n) - 3z^4(m+n) + 5(m+n)$$

Observa que un polinomio $(m+n)$ se repite en todos los términos. El cual lo extraemos y queda:

$$(m+n)(2x^2y - 3z^4 + 5)$$

Ejemplo 2

$$P(x, y) = (x^2 + y^2)x - (x^2 + y^2)y - 2(x^2 + y^2)$$

El polinomio que se repite es: $x^2 + y^2$

Queda:

$$(x^2 + y^2)(x - y - 2)$$

Completa

POLINOMIO	FACTORIZACIÓN POLINOMIO COMÚN
$(a - 2)x^2 - (a - 2)$	
$y^2(x + y - z) + m^2(x + y - z)$	
$x^4(2a - 5b) + x(2a - 5b) - 5(2a - 5b)$	
$a(p + q) + b(p + q) + c(p + q)$	
$a(a + b - c) + c(a + b - c) + b(a + b - c)$	

C. FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

Cuando TODOS los términos de un polinomio no tienen la misma parte variable, se agrupa los términos que si lo tienen y se hallan los respectivos factores comunes.

Ejemplo ①

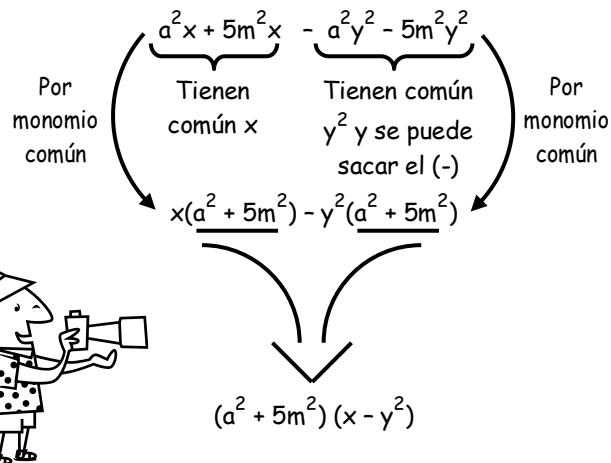
$$a^2x + 5m^2x - a^2y^2 - 5m^2 - y^2$$



Observa que en todos los términos no hay expresión común:

$$a^2x + 5m^2x - a^2y^2 - 5m^2 - y^2$$

Para factorizar se agrupa los que tenga parte variable común. Entonces:



Ejemplo ②

$$mx + m^2 + xy + my$$

Monomio Común

Monomio Común

$m(x + m) + y(x + m)$

Polinomio Común

$(m + y)(x + m)$

Completa

POLINOMIO	FACTORIZACIÓN POR AGRUPACIÓN
$m^2y^2 - 7xy^2 + m^2z^2 - 7xz^2$	
$5a - 3b - 3bc^5 + 5ac^5$	
$6x^3 - 1 - x^2 + 6x$	
$7mnx^2 - 5y^2 - 5x^2 + 7mny^2$	
$d^2m - 13c^2n^2 - d^2n^2 + 13c^2m$	

D. IDENTIDADES

Aquí utilizamos dos diferentes productos notables ya estudiados.



$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Recuerda

Ejemplo 1

- $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$ (por diferencia de cuadrados)
- $x^2 + 2xy + y^2$ (por trinomio cuadrado perfecto)

$$\begin{array}{ccc} x^2 & & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow \\ x & & y \\ & \searrow \swarrow & \\ & xy & \\ & \downarrow \times 2 & \\ & 2xy & \end{array} \Rightarrow x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$$

Trinomio Cuadrado Perfecto

- $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$
(Diferencia de cubos)

Ejemplo ②

- Factorizar:

- a) $4x^2 - 9$ (parece diferencia de cuadrados)

Le damos forma:

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x+3)(2x-3)$$

$$4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$$

(Por diferencia de cuadrados)

- b) $25x^2 - 40xy + 16y^2$ (Parece trinomio cuadrado perfecto)

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{25x^2} & & \sqrt{16y^2} \\ 5x & & 4y \\ & \searrow \swarrow & \\ & x & \\ & \downarrow \times 2 & \\ & 20xy & \\ & \downarrow \times 2 & \\ & 40xy & \end{array} \Rightarrow 25x^2 - 40xy + 16y^2 = (5x - 4y)^2$$

- c) $27x^3 + 8$ (Parece suma de cubos)

Le damos forma:

$$27x^3 + 8 =$$

$$(3x)^3 + (2)^3 = (3x+2)[(3x)^2 - (3x)(2) + (2)^2]$$

$$= (3x+2)(9x^2 - 6x + 4)$$

$$27x^3 + 8 = (3x+2)(9x^2 - 6x + 4)$$

Completa



POLINOMIO	FACTORIZACIÓN IDENTIDADES
$c^2 - b^2$	
$x^2 + 10x + 25$	
$64 - x^3$	
$64x^2 - 25$	

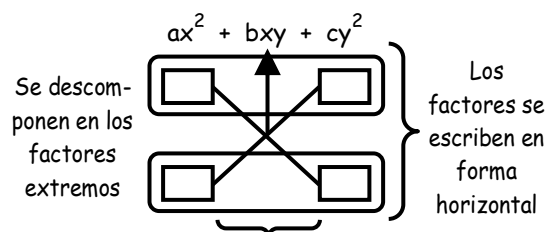
$49x^2 - 14x + 1$	
$25m^2 - 36n^2$	
$36n^2 + 48xy + 16y^2$	
$36x^2 + 84xy + 49y^2$	

E. ASPA SIMPLE

Es un método que permite factorizar trinomios de la forma:

$$ax^2 + bxy + cy^2$$

Su método es:



Se realiza un producto en aspa y los resultados se adicionan, dicho resultado debe ser idéntico al término central del trinomio dado.

Ejemplo ①

- $x^2 + 5x + 6$

$$\begin{array}{ccc} x & & +3 \\ & \searrow \swarrow & \\ x & & +2 \end{array}$$

Observa que los factores son $(x+3)(x+2)$

$$\Rightarrow x^2 + 5x + 6 = (x+3)(x+2)$$

Ejemplo ②

- $x^2 - 5x - 6$

$$\begin{array}{ccc} x & & -6 \\ & \searrow \swarrow & \\ x & & +1 \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 6 = (x-6)(x+1)$$

Ejemplo ③

- $6x^2 - 7xy - 20y^2$

$$\begin{array}{ccc} 3x & & +4 \\ & \searrow \swarrow & \\ 2x & & -5 \end{array}$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 7xy - 20y^2 = (3x+4)(2x-5)$$

Completa

TRINOMIO	FACTORIZACIÓN ASPA SIMPLE
$x^2 + 7x + 12$	
$x^2 - 2x - 15$	

$x^2 + 8xy + 7y^2$	
$x^2 + 2xy - 35y^2$	
$4x^2 - 12xy + 5y^2$	
$12x^2 - 8xy - 15y^2$	

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Indique el número de factores primos:

$$F(a, b) = 5a^9b^3 + 15a^6b^7$$

- a) 3 b) 9 c) 10
d) 1 e) 18

2. Factorizar:

$$T(a, b) = a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$$

- a) $(ab + 1)(a + 1)(b + 1)$ d) $(a + b)^2(a^2 + b)$
b) $(a^2 + 1)(b^2 + 1)$ e) $(a^2 + b)(a + b^2)$
c) $(a^2 + b^2)(a + b)$

3. Factorizar:

$$P(x) = x^5 + x^2 - x - 1$$

- a) $(x - 1)(x + 3)^2$ d) $(x - 1)^2(x + 1)$
b) $(x + 1)^2(x - 1)$ e) $x(x + 1)^2$
c) $(x + 1)(x - 1)$

4. Señale un factor primo de segundo grado:

$$G(a, b) = a(1 - b^2) + b(1 - a^2)$$

- a) $1 + a^2$ b) $1 + ab$ c) $ab - 1$
d) $a^2 + b^2$ e) $1 - ab$

5. Indique el factor primo que mas se repite en:

$$E(x) = (x - 3)(x - 2)(x - 1) + (x + 2)(x - 1) + 1 - x$$

- a) $x - 3$ b) $x - 2$ c) $x - 1$
d) $x + 2$ e) $x + 4$

6. Factorizar:

$$P(a, b, c) = a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2)$$

Dar como respuesta la suma de coeficientes de un factor primo:

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. ¿Cuántos factores primos presenta la siguiente expresión?

$$P(x, y, z, w) = wy + wz - wyz - xy - xz + xyz$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

8. Luego de factorizar:

$$F(a) = a^2 + 2a + ab + b + 1;$$

indique el término independiente de un factor primo.

- a) $b + 1$ b) $a + 1$ c) $a + b$
d) $a + b + 1$ e) $a - b + 1$

9. Un factor de:

$$a^2x^2 - 8acx + 16c^2 - 25b^2 \text{ es:}$$

- a) $ax + 4c + 5b$ d) $x + ac$
b) $ax - 4c + 5b$ e) $ax - c - 4b$
c) $ax - c + 4b$

10. Factorizar:

$$P(x, y) = (x + 1)^2 - (y - 2)^2$$

Hallar un factor primo:

- a) $x + y - 1$ b) $x - y - 2$ c) $x - y - 3$
d) $x - y - 4$ e) $x - y - 7$

11. Factorizar:

$$R(x) = 8x^3 + 27;$$

indique el factor primo de mayor suma en sus coeficientes.

- a) $2x - 3$ b) $3x + 2$ c) $2x + 3$
d) $9x^2 - 6x + 4$ e) $4x^2 - 6x + 9$

12. Calcular la suma de los factores primos de:

$$T(x, y) = (xy + 1)^2 - (x + y)^2$$

- a) 4 b) $x + y$ c) 2
d) $2(x + y)$ e) $x - y$

13. Indique el número de factores primos en:

$$P(x) = 1 + x(x+1)(x+2)(x+3)$$

- a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

14. Indique un factor de:

$$P(a, b) = 3 + 2a^2b + 4ab^2 + 8b^3$$

- a) $a^2 + b^2$ b) $a^2 + 2b^2$ c) $a + b$
d) $a + 2b$ e) $a + 4b$

15. Indique un factor de:

$$P(a, b, c, d) = a^2 + b^2 + 2ab - c^2 - d^2 - 2cd$$

- a) $a + b - c + d$ b) $a + b + c + d$ c) $a - b + c - d$
d) $a + b + c - d$ e) $a - b - c - d$

TAREA DOMICILIARIA N° 6

1. Factorizar:

$$P(a) = a^3 + 2a^2 - a - 2;$$

e indicar el factor primo con mayor término independiente.

- a) $a + 1$ b) $3a + 1$ c) $a + 2$
d) $a - 1$ e) $2a + 5$

2. Factorizar:

$$P(x) = x^7 + c^3x^4 - c^4x^3 - c^7;$$

indicar cuántos factores primos se obtienen:

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

3. Indicar un factor de:

$$P(x, y) = a^2 - b^2 + x^2 - y^2 + 2(ax - by)$$

- a) $a + b + x - y$ d) $a - b - x + y$
b) $a + b - x - y$ e) $a - b - x - y$
c) $a - b + x - y$

4. Factorizar:

$$H(x, y) = 4x^4 + 81y^4$$

- a) $2x^2 - 6xy + 9y^2$ d) $9x^2 + 6xy + 2y^2$
b) $9x^2 - 6xy + 2y^2$ e) N.A.
c) $2x^2 - 6xy - 9y^2$

5. Factorizar:

$P(a, b, c) = 4a(a + b) + b(b - c) - 2ac$;
y señalar la suma de coeficientes de un factor primo y obtenido.

- a) 1 b) 3 c) 4
d) -1 e) 0

6. Factorizar:

$N(x) = (x - 2)(x + 3)(x + 2)(x - 1) + 3$;
indicar el término independiente de un factor obtenido.

- a) 5 b) 2 c) -5
d) 4 e) 7

7. Indicar un factor de:

$$P(a, b) = a(b^2 + b + 1) + b(a^2 + a + 1) + a^2 + b^2$$

- a) $a + b + 1$ b) $a^2 + 1$ c) $b^2 + 1$
d) $a + 1$ e) $a^2 + b^2$

8. Factorizar:

$$A(x) = x^4 + 2x^2 + 9;$$

luego indique algún término de un factor primo.

- a) x b) $8x$ c) $7x$
d) x^2 e) 9

9. Indicar la suma de factores primos:

$$F(a, b) = a^3 - b^3 + a^2b - ab^2$$

- a) $2a$ b) $2b$ c) $a + b$
d) 1 e) 0

10. Factorizar:

$$M(x, y) = x^4 + 14x^2 + 49 + y^4;$$

indique la suma de coeficientes de un factor primo.

- a) 9 b) 6 c) 11
d) 4 e) 8

11. Reconocer un factor de:

$$mn^4 - 5m^2n^3 - 4m^3n^2 + 20m^4n$$

- a) $m + 2n$ b) $5n - m$ c) $n + 5m$
d) $m(m - 2n)$ e) $(n - 2m)n$

12. Factorizar:

$P(x, y, z) = x^2 + y^2 + x(y + z) + y(x + z)$;
indicar un factor primo.

- a) $x + y$ b) $x + y + z$ c) $x + z$
d) $y + z$ e) Mas de una es correcta

13. Factorizar:

$$P(x) = 4x^4 + 15x^2 + 36;$$

indique un factor primo.

- a) $2x^2 - 3x + 6$ d) $2x^2 + 3x - 6$
b) $6x^2 - 3x + 2$ e) $6x^2 + 3x + 2$

c) $2x^2 - 3x - 6$

14. ¿Cuántos factores primos tiene el siguiente polinomio?

$$P(x) = x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

15. Dado el polinomio:

$$P(x) = x^{20}(x^{27} + x^{20} + 1) + x^7(x^{20} + 1) + 1;$$

indicar un factor:

- a) $2x^{10} + x^5 + 1$ d) $x^{25} + x^5 + 1$
b) $x^{10} - x^5 - 1$ e) $x^{18} + 3x^{15} + 5$
c) $x^{20} - x^{10} + 1$
-